1. किसी तार के ज्ञात पदार्थ के लिये, भंजक प्रतिबल नियत होता है।

$$\therefore \quad \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2}$$

अत: $F_2 = F_1\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = F_1\left(\frac{4A_1}{A_1}\right) = 4F_1 = 80$ किलोग्राम-भार

2. भंजक प्रतिबल केबिल की लम्बाई तथा अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल पर निर्भर नहीं करता। यह केवल केबिल के पदार्थ पर निर्भर करता है। अत: अधिकतम भार समान रहेगा।

3. तनन सामर्थ्य = भंजक प्रतिबल × अनुप्रस्थ काट का क्षेत्रफल

4. केन्द्र पर झुकाव (depression)

$$\delta = \frac{MgL^3}{4bd^3Y} \quad \text{या} \quad \delta \propto \frac{1}{Y}$$

5. $Y = \dfrac{\text{तनन प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}}$

पूर्णत: दृढ़ वस्तु के लिये $\Delta L = 0$, अत: अनुदैर्ध्य विकृति शून्य है तथा इसलिये Y अनन्त है।

6. $A_1 = 4$ मिलीमीटर$^2 = 4\times10^{-6}$ मीटर^2, $\Delta L_1 = 0.1\times10^{-3}$ मीटर

$A_2 = 8\times10^{-6}$ मीटर^2, $Y_2 = Y_1$, $L_2 = L_1$, $F_2 = F_1$, $\Delta L_2 = ?$

$$\Delta L_1 = \frac{F_1L_1}{A_1Y_1}, \quad \Delta L_2 = \frac{F_2L_2}{A_2Y_2}$$

$$\therefore \frac{\Delta L_2}{\Delta L_1} = \frac{A_1}{A_2} = \frac{4\times10^{-6}}{8\times10^{-6}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \Delta L_2 = \frac{\Delta L_1}{2} = 0.05\times10^{-3} \text{ मीटर} = 0.05 \text{ मिलीमीटर}$$

8. $$\text{प्रतिबल} = \frac{\text{भार}}{\text{क्षेत्रफल}} = \frac{mg}{A} = \frac{Vdg}{A} = \frac{ALdg}{A} = Ldg$$

$$\therefore L = \frac{\text{भंजक प्रतिबल}}{dg} = \frac{10^6}{3\times10^3\times10} = 33.3 \text{ मीटर}$$

11. $$U = \frac{1}{2}K(x)^2 = \frac{1}{2}K(2)^2$$

या $$K = \frac{2U}{4} = \frac{U}{2}$$

$$\therefore U' = \frac{1}{2}K(10)^2 = \frac{1}{2}\times\frac{U}{2}\times(10)^2 = 25U$$

12. $$\Delta L = \frac{FL}{YA} = \frac{FL}{Y\sqrt{A_1A_2}} = \frac{FL}{Y\sqrt{\pi r_1^2\,\pi r_2^2}} = \frac{FL}{\pi Y r_1 r_2}$$

13. $$\frac{Y}{3B} = 1 - 2\sigma$$

परन्तु σ, अभ्यास में शून्य एवं 1/2 के बीच पाया जाता है, अत:

$$0 < 1 - 2\sigma < 1$$

अत: $$\frac{Y}{3B} < 1 \text{ या } Y < 3B$$

14. अब, $$\sigma = \frac{Y}{2\eta} - 1 \quad \text{या} \quad \frac{Y}{2\eta} = 1 + \sigma$$

अभ्यास में, $0 < \sigma < 1$

$$\therefore \quad \frac{Y}{2\eta} > 1 \text{ या } Y > 2\eta$$

15. $$B = \frac{PV}{DV} \quad \text{या} \quad \Delta V = \frac{PV}{B} \qquad \ldots(1)$$

आयतन को पुराने मान पर वापस लाने के लिये, ताप में की गयी वृद्धि Δt को आयतन ΔV द्वारा बढ़ाना चाहिए। अत:

$$\Delta V = V\gamma\,\Delta t \qquad \ldots(2)$$

समीकरण (1) एवं (2) से,

$$\frac{PV}{B} = V\gamma\,\Delta t \quad \text{या} \quad \Delta t = \frac{P}{B\gamma}$$

16. $$D = \frac{M}{V}; \quad D' = \frac{M}{V - \Delta V}$$

$$\therefore \quad \frac{D'}{D} = \frac{V}{V - \Delta V} = \left(1 - \frac{\Delta V}{V}\right)^{-1} = 1 + \frac{\Delta V}{V}$$

या $$\frac{D' - D}{D} = \frac{D'}{D} - 1 = \frac{\Delta V}{V}$$

प्रश्न 20 से, $$\frac{\Delta V}{V} = \frac{P}{B}$$

$$\therefore \quad \frac{D' - D}{D} = \frac{P}{B}$$

या घनत्व में भिन्नात्मक वृद्धि $= \dfrac{P}{B}$

17. $$B = \frac{P}{\Delta V/V} \quad \text{या} \quad P = B\left(\frac{\Delta V}{V}\right)$$

$$\therefore \quad P = 9.1\times10^8 \times \left(\frac{0.1}{100}\right)$$

या $$h\rho g = 9.1\times10^8 \times \left(\frac{0.1}{100}\right)$$

$$\therefore \quad h = \frac{9.1\times10^8}{1000\times9.8}\times\frac{0.1}{100} \text{ मीटर}$$

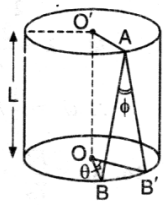
$$= 92.85 \text{ मीटर} \simeq 100 \text{ मीटर}$$

18. $BB' = r\theta = L\phi$

ϕ = अपरूपेण कोण

θ = ऐंठन कोण

$$\phi = \frac{r\theta}{L} = \frac{0.4\times30^\circ}{100} = 0.12^\circ$$



19. ज्ञात भार के लिये, वर्गाकार अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल तथा वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल के लिये झुकावों का अनुपात $= \dfrac{3}{\pi}$

$$\therefore \quad \delta = \frac{MgL^3}{3YI}$$

आयताकार दण्ड (beam) के लिये, $I = \dfrac{bd^3}{12}$

वर्गाकार दण्ड के लिये, $I_1 = \dfrac{b^4}{12}$

वृत्ताकार अनुप्रस्थ काट के क्षेत्रफल वाले दण्ड के लिये,

$$I_2 = \frac{\pi r^4}{4}$$

$$\therefore \quad \delta_1 = \frac{MgL^3\times12}{3Yb^4} = \frac{4MgL^3}{Yb^4}$$

तथा $$\delta_2 = \frac{MgL^3}{3Y(\pi r^4/4)} = \frac{4MgL^3}{3Y(\pi r^4)}$$

$$\frac{\delta_1}{\delta_2} = \frac{3\pi r^4}{b^4} = \frac{3\pi r^4}{(\pi r^2)^2} = \frac{3}{\pi} \qquad (\because b^2 = \pi r^2)$$

21. $$Y = \frac{F}{\pi r^2}\times\frac{L}{\Delta L}$$

चूँकि दोनों तारों के लिये Y तथा F समान हैं, अत:

$$\frac{L_1}{r_1^2\,\Delta L_1} = \frac{1}{r_2^2}\,\frac{L_2}{\Delta L_2}$$

अथवा $$\frac{\Delta L_1}{\Delta L_2} = \frac{r_2^2L_1}{r_1^2L_2} = \frac{(D_2/2)^2L_1}{(D_1/2)^2L_2}$$

अथवा $$\frac{\Delta L_1}{\Delta L_2} = \frac{D_2^2L_1}{D_1^2L_2} = \frac{D_2^2}{(2D_2)^2}\times\frac{L_2}{2L_1} = \frac{1}{8}$$

SOLUTIONS

23. डोरी का भार $W = V\rho g = AL\rho g$

$$\text{प्रतिबल} = \frac{W}{A} = L\rho g$$

विस्तार के लिये, भार दण्ड के गुरुत्व केन्द्र पर क्रिया करता है। अत: ऊपरी आधी लम्बाई, अर्थात् $(L/2)$, का ही खिंचाव होगा।

$$\therefore \quad \text{विकृति} = \frac{1}{L/2} = \frac{2l}{L}$$

$$\therefore \quad Y = \frac{\text{प्रतिबल}}{\text{विकृति}} = \frac{L\rho g}{2l/L} = \frac{L^2\rho g}{2l}$$

$$\text{या} \quad l = \frac{L^2\rho g}{2Y}$$

25. निचले सिरे से $(3L/4)$ ऊँचाई पर बल = लटकाया गया भार + तीन चौथाई तार का भार

$$= W_1 + \frac{3W}{4}$$

$$\therefore \quad \text{प्रतिबल} = \frac{W_1 + \frac{3W}{4}}{S}$$

26. $AC = CB = \sqrt{l^2 + d^2}$

लम्बाई में परिवर्तन $= AC + CB - AB$

$$= 2\sqrt{l^2 + d^2} - 2l$$

माना कि तार में तनाव T है, तो अनुदैर्ध्य प्रतिबल $= T/\pi r^2$

$$\text{अनुदैर्ध्य विकृति} = \frac{\text{लम्बाई में परिवर्तन}}{\text{मूल लम्बाई}} = \frac{2\sqrt{l^2 + d^2} - 2l}{2l}$$

$$\therefore Y = \frac{\text{अनुदैर्ध्य प्रतिबल}}{\text{अनुदैर्ध्य विकृति}} = \frac{T/\pi r^2}{\frac{2\sqrt{l^2 + d^2} - 2l}{2l}}$$

$$= \frac{Tl}{\pi r^2 (\sqrt{l^2 + d^2} - l)}$$

$$\therefore \quad T = \frac{Y\pi r^2 (\sqrt{l^2 + d^2} - l)}{l}$$

$$= Y\pi r^2 \left[1 + \frac{d^2}{2l^2} - 1\right] = \frac{Y\pi r^2 d^2}{2l^2}$$

27. $d_i = \frac{M}{V}$, $d_f = \frac{M}{V - v}$

$$\frac{d_i}{d_f} = \frac{V - v}{V} = 1 - \frac{v}{V}$$

परन्तु $\frac{v}{V} = \text{विकृति} = \frac{\text{प्रतिबल}}{B}$

$$\therefore \quad \frac{d_i}{d_f} = 1 - \frac{\text{प्रतिबल}}{B}$$

घनत्व में प्रतिशत परिवर्तन $= \left(\frac{d_f - d_i}{d_i}\right) \times 100 = 0.1$

$$\therefore \quad \frac{d_f}{d_i} - 1 = \frac{1}{1000} \quad \text{या} \quad \frac{d_f}{d_i} = \frac{1001}{1000}$$

$$\therefore \quad 1 - \frac{\text{प्रतिबल}}{B} = \frac{d_i}{d_f} = \frac{1000}{1001} \quad \text{या} \quad \frac{\text{प्रतिबल}}{B} = \frac{1}{1001}$$

$$\therefore \quad \text{प्रतिबल} = \frac{B}{1001} = \frac{2 \times 10^9}{1001}$$

$$\simeq 2 \times 10^6 \text{ न्यूटन/मीटर}^2$$

30. माना कि भार का आयतन V है तथा इसके पदार्थ का आपेक्षिक घनत्व ρ है। तब,

$$Y = \frac{FL}{Al_a} = \frac{V\rho gL}{Al_a} \quad \ldots(1)$$

जब भार को द्रव में डुबो दिया जाता है तो प्रभावी भार = भार–उत्प्लावक बल

$$\therefore \quad Y = \frac{F'L}{Al_w} = \frac{(V\rho g - V \times 1 \times g)L}{Al_w} \quad \ldots(2)$$

समीकरण (1) एवं (2) से,

$$\frac{\rho}{l_a} = \frac{(\rho - 1)}{\rho_w}$$

$$\text{या} \quad \rho = \frac{l_a}{l_a - l_w}$$

31. स्थितिज ऊर्जा का ऋणात्मक मान C से B तक घटता है तथा इसके बाद बढ़ता है। यह दर्शाता है कि गतिज ऊर्जा C से B तक बढ़ती है तथा इसके बाद यह घटती है। अत: C से B तक आकर्षण रहता है तथा इसके बाद प्रतिकर्षण पाया जाता है।

32. माना कि लटकाया गया भार W है। तब,

$$Y = \frac{W/A_1}{(l_1/L)} = \frac{WL}{A_1 l_1} \quad \ldots(1)$$

$$\text{तथा} \quad Y = \frac{W/A_2}{(l_2/L)} = \frac{WL}{A_2 l_2} \quad \ldots(2)$$

समीकरण (2) को (1) से विभाजित करने पर, हम पाते हैं कि

$$1 = \left(\frac{l_2}{l_1}\right)\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = \frac{l_2}{l_1} \times \frac{2}{1}$$

$$\text{या} \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{2}{1}$$

33. $B = \frac{P}{v/V}$

$P = h\rho g = 200 \times 10^3 \times 9.8$ न्यूटन/मीटर^2

$$\frac{v}{V} = 0.1\% = \frac{0.1}{100} = 10^{-3}$$

$$\therefore \quad B = \frac{200 \times 10^3 \times 9.8}{10^{-3}} = 196 \times 10^8 \text{ न्यूटन/मीटर}^2$$

34. माना कि मूल लम्बाई (बिना खिंची) $= l$

$$\therefore \quad Y = \frac{Tl}{A\,\Delta l}$$

$$\text{अब} \quad Y = \frac{4l}{A(l_1 - l)}$$

$$= \frac{6l}{A(l_2 - l)} = \frac{9l}{A(l_3 - l)}$$

$$\therefore \quad 4(l_3 - l) = 9(l_1 - l)$$

$$\text{या} \quad 4l_3 + 5l = 9l_1 \quad \ldots(1)$$

पुन:

$$6(l_3 - l) = 9(l_2 - l)$$

$$\text{या} \quad 2l_3 + l = 3l_2 \quad \ldots(2)$$

l_3 को प्राप्त करने के लिये, समीकरण (1) एवं (2) को साथ-साथ हल करने पर,

$$l_3 = (2.5l_2 - 1.5l_1) \text{ मीटर}$$

35. यहाँ, भंजक भार अपरिवर्तित रहता है तथा इसलिये भंजक विकृति समान रहेगी जैसे कि पहले थी। चूँकि लम्बाई आधी हो गयी है, अत: लम्बाई में परिवर्तन भी आधा हो जाता है।

36.

$$\text{तनन प्रतिबल} = \frac{F\cos\theta}{(a/\cos\theta)} = \frac{F\cos^2\theta}{a}$$

$$\text{अपरूपेण प्रतिबल} = \frac{F\sin\theta}{(a/\cos\theta)} = \frac{F\sin\theta\cos\theta}{a}$$

$$= \frac{F \sin 2\theta}{2a}$$

तनन प्रतिबल अधिकतम होगा जब $\cos\theta$ अधिकतम होगा, अर्थात् $\theta = 0°$

अपरूपेण प्रतिबल अधिकतम होगा जब $\sin 2\theta$ अधिकतम होगा, अर्थात्, $\theta = 45°$

37. $$Y = \frac{FL}{Al} = \frac{4FL}{\pi d^2 \times l}$$

चूँकि, F, Y तथा L, समान पदार्थ के तारों के लिये समान है, अत: $l \propto \frac{1}{d^2}$ इसका अर्थ है कि व्यास जितना अधिक होगा, लम्बाई में वृद्धि उतनी ही कम होगी। चूँकि ग्राफ OA ज्ञात भार के लिये न्यूनतम वृद्धि दर्शाता है, अत: यह सबसे पतले तार को प्रदर्शित करता है।

38. $$\Delta l = \frac{FL}{AY}$$

$$\frac{\Delta l_S}{\Delta l_B} = \frac{F_S}{F_B} \times \frac{L_S}{L_B} \times \frac{A_B}{A_S} \times \frac{Y_B}{Y_S}$$

$$= \frac{3M}{2M} \times a \times \frac{1}{b^2} \times \frac{1}{c} = \frac{3a}{2b^2c}$$

39. $$Y = \frac{FL}{A\Delta L}$$

या $$F = \left(\frac{YA}{L}\right)\Delta L$$

इसकी समीकरण $F = K\Delta L$ से तुलना करने पर

$$K = \frac{YA}{L}$$

40. $W = 200$ न्यूटन, $y = 10^{-3}$ मीटर

$\therefore$ स्प्रिंग नियतांक $k = \frac{W}{y} = \frac{200}{10^{-3}} = 2 \times 10^5$ न्यूटन/मीटर

$$\therefore U = \frac{1}{2} ky^2 = \frac{1}{2} \times (2 \times 10^5) \times (10^{-3})^2 = 0.1 \text{ जूल}$$

41. $k = 5 \times 10^3$ न्यूटन/मीटर

$y_1 = 5 \times 10^{-2}$ मीटर

$y_2 = y_1 + 5 = 10$ सेन्टीमीटर $= 10 \times 10^{-2}$ मीटर

$$W_1 = \frac{1}{2} ky_1^2$$

$$= \frac{1}{2} \times (5 \times 10^3) \times (5 \times 10^{-2})^2 = 6.25 \text{ न्यूटन/मीटर}$$

$$W_2 = \frac{1}{2} ky_2^2$$

$$\frac{W_2}{W_1} = \left(\frac{y_2}{y_1}\right)^2 = 4$$

$W_2 = 4W_1 = 4 \times 6.25 = 25.0$ न्यूटन/मीटर

$\therefore \Delta W = W_2 - W_1 = (25.0 - 6.25)$ न्यूटन/मीटर

$= 18.75$ न्यूटन/मीटर

43. गैस का आयतन प्रत्यास्थता गुणांक $B = -V\frac{dP}{dV}$

$$= \frac{100}{10} \times (1.165 \times 10^5 - 1.01 \times 10^5)$$

$$= 1.55 \times 10^5 \text{ पास्कल}$$

44. एक तार को खींचने में किया गया कुल कार्य

$$= \frac{1}{2} \times \text{प्रतिबल} \times \text{विकृति} \times \text{आयतन}$$

अत: प्रति एकांक आयतन किया गया कार्य

$$= \frac{1}{2} \times \text{प्रतिबल} \times \text{विकृति}$$

यह कार्य तार में स्थितिज ऊर्जा के रूप में संग्रहित हो जाता है।

45. यंग-प्रत्यास्थता गुणांक $Y = \frac{W}{A} \times \frac{L}{l}$ या $l = \frac{WL}{YA}$

जब तार एक घिरनी पर से गुजरता है तथा भार W इसके प्रत्येक मुक्त सिरे से बाँध दिया जाता है, तब तनाव Mg होता है परन्तु तार की लम्बाई आधी हो जाती है। अत: दोनों तरफ की मिलाकर कुल लम्बाई में वृद्धि l हो जाती है।